Un punto si muove lungo l'asse x secondo la legge:

$$a \cdot sen^2\left(3t - \frac{\pi}{4}\right)$$

con a costante positiva. Determina:
a) l'ampiezza e il periodo di oscillazione;
b) l'istante t in cui il punto raggiunge per la prima volta la massima distanza dall'origine[1].

RISOLUZIONE

L'argomento della funzione seno deve essere un numero puro, perciò la scrittura della legge non è corretta. Se t fosse un tempo, nella parentesi vi sarebbe la somma di termini non omogenei; ammettendo di misurare il tempo in secondi, si dovrebbe scrivere, invece:

$$a \cdot \sin^2\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right), \quad \omega = 3 \ \text{rad/s}.$$

a) Usando una delle formule di duplicazione del coseno, si può scrivere[2]:

$$\sin^2(\alpha) = \frac{1}{2}[1 - \cos(2\alpha)],$$

quindi:

$$a \sin^2\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{a}{2}\left[1 - \cos\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right)\right] = \frac{a}{2}[1 - \sin(2\omega t)].$$

Si riconoscono quindi un'ampiezza di oscillazione $A = \frac{a}{2}$ e un periodo $T = \frac{2\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{3}\ \text{s} \cong 1{,}0$ s. Il centro dell'oscillazione è nel punto di coordinata $x = \frac{a}{2}$.

b) La distanza massima dall'origine (assunta in $x = a$) si ha quando $\sin(2\omega t) = -1$. Questo si ottiene per la prima volta allorché $2\omega t = \frac{3}{2}\pi$, ovvero per $t = \frac{\pi}{4}\ \text{s} \cong 0{,}79$ s.

COMMENTI

Questo quesito, come è stato rilevato, è ripreso da un esercizio (4.2) del testo: I. E. Irodov. *Problems in General Physics*, MIR, Mosca 1981. Le domande poste, tuttavia, sono più semplici di quelle dell'esercizio originale. Nell'originale, però, non è dato un valore numerico per ω e la formula è scritta correttamente.

Si può osservare che di fisica non ve n'è molta: si tratta più che altro di un esercizio di goniometria.

A CURA DI A.I.F. – ASSOCIAZIONE PER L'INSEGNAMENTO DELLA FISICA

[1] Il testo è come nell'originale: le lettere "x" nella prima riga, "a" nella terza riga e "t" nell'ultima dovrebbero essere scritte in corsivo. La funzione seno dovrebbe essere scritta in tondo.
[2] Quella ottenuta in questo modo è anche denominata: "formula di riduzione della potenza".