

Una lampadina ad incandescenza, alimentata con tensione alternata pari a 220 V, assorbe una potenza elettrica media pari a  $1,0 \cdot 10^2 \text{ W}$  ed emette luce grazie al surriscaldamento di un filamento di tungsteno, con

$$\frac{\text{Potenza media luminosa emessa}}{\text{Potenza media elettrica assorbita}} = 2\%$$

Ipotizzando per semplicità che la lampadina sia una sorgente puntiforme che emette uniformemente in tutte le direzioni, e che la presenza dell'aria abbia un effetto trascurabile, calcolare ad una distanza  $d=2,0\text{m}$  dalla lampadina:

- l'intensità media della luce;
- i valori efficaci del campo elettrico e del campo magnetico.

#### RISOLUZIONE

La prima cosa che salta all'occhio nel quesito è quella sorta di rendimento energetico, scritto con un "quoziente" di due espressioni verbali. Perché non seguire le convenzioni utilizzando invece due simboli, opportunamente definiti nel testo?

Al numeratore della frazione si legge: «potenza media luminosa emessa». Di solito l'aggettivo "luminoso" è usato per caratterizzare le grandezze fotometriche<sup>1</sup>, mentre qui è chiaro che ci si debba riferire a una quantità omogenea a quella del denominatore e, quindi, misurata in watt – altrimenti non si potrebbe esprimere il rapporto in percentuale. Questa grandezza dovrebbe, più propriamente, chiamarsi *flusso radiante* nella banda del visibile o *potenza emessa* nel visibile, evitando l'aggettivo "luminoso".

Ma, al di là della forma e delle espressioni usate, è anche il valore del 2% che suona strano.

Infatti, solitamente, si trova citato un valore del 5% per quel rapporto: forse qui è descritta una vecchia lampada, prossima alla fine della sua vita utile? Oppure l'autore ha riportato quella che è solitamente chiamata "efficienza luminosa"<sup>2</sup>... che, però è il rapporto tra l'efficacia della lampada (misurata in  $\text{lm} \cdot \text{W}^{-1}$ ) e l'efficacia della sorgente ideale a 555 nm, pari a  $683 \text{ lm} \cdot \text{W}^{-1}$ ? Perché, allora, il 2% sarebbe proprio un valore adeguato.<sup>3</sup>

Poco sotto si chiede di trovare «l'intensità media della luce». Di nuovo sarebbe stato opportuno specificare meglio la grandezza richiesta: anche l'*intensità luminosa*, a rigore, è una grandezza fotometrica (il cui valore si misura in candele). Se fosse questa la grandezza da determinare, come si potrebbe trovarne il valore sulla sola base delle informazioni date? È chiaro che per «intensità media della luce» qui si intende qualcos'altro e, per capirlo, può aiutare il fatto che il calcolo è richiesto per un punto a distanza data dalla sorgente. Ma perché non dire con chiarezza che cosa esattamente si richiede, senza costringere a fare congetture?

a) Se ciò che si vuol determinare è l'*irradianza* nel visibile  $I_V$ , ovvero il rapporto tra potenza della radiazione emessa nella banda del visibile e area della superficie sulla quale essa incide, allora il calcolo è immediato:

$$I_V = \frac{0,02 \cdot P}{4\pi d^2} = 0,040 \text{ Wm}^{-2},$$

<sup>1</sup> Le grandezze fotometriche, definite tramite la curva di risposta spettrale dell'occhio umano, quantificano gli aspetti "percettivi" della radiazione visibile.

<sup>2</sup> Per esempio: [https://en.wikipedia.org/wiki/Luminous\\_efficacy](https://en.wikipedia.org/wiki/Luminous_efficacy)

<sup>3</sup> Una lampada Philips da 100 W, 220 V (ora non più in commercio), secondo le specifiche del costruttore emetteva un flusso luminoso di 1340 lm e, quindi, aveva un'efficacia luminosa di 13,4 lm/W. Quindi l'efficienza luminosa valeva:  $13,4/683 \cong 0,02$ .

dove abbiamo indicato con  $P$  la potenza media assorbita dalla lampada; abbiamo anche accettato che il “rendimento” della lampada sia del 2%. Quello di  $I_V$  è un valore medio, perché la potenza emessa varia nel tempo dato che la lampada è alimentata in corrente alternata. Se prendiamo questa quantità come «intensità media della luce», possiamo dire di aver risposto alla prima domanda.

b) La seconda domanda è, anch'essa, problematica, perché non è immediato capire che cosa si debba intendere per «valori efficaci del campo elettrico e del campo magnetico».

■ Innanzitutto bisogna stabilire di *quali campi* parliamo. La lampada emette uno spettro continuo, nel quale ciò che predomina è la radiazione infrarossa (IR), non la radiazione visibile<sup>4</sup>. Nelle lampadine la componente infrarossa non è filtrata: di conseguenza, i campi elettrico e magnetico sono dovuti a *tutta* la radiazione, non soltanto alla componente visibile. Ma il testo del quesito non ci permette di stabilire quale sia il flusso radiante totale, perché non dice quale parte della potenza assorbita dalla lampada sia dissipata in conduzione e convezione<sup>5</sup>. Si potrebbe pensare che questi fenomeni siano del tutto trascurabili rispetto all'irraggiamento, ma non è così. Alcuni calcoli e misure fatte sul comportamento di una lampada reale valutano che fino al 12% della potenza possa essere dissipato con modalità non radiative<sup>6</sup>.

Allora, visto che non è noto quale sia la potenza della radiazione emessa dalla nostra lampada (flusso radiante totale, visibile più IR), per poter rispondere dobbiamo immaginare – arbitrariamente – che la componente IR sia assorbita da un filtro ideale, così che ci si possa ricondurre a valutare i «valori efficaci» dei campi elettrico e magnetico associati alla sola radiazione visibile. Per questa abbiamo appena ricavato il valore di una grandezza sulla quale possiamo basare i nostri calcoli:  $I_V = 0,040 \text{ Wm}^{-2}$ .

■ Sappiamo che, per un'onda piana sinusoidale nel vuoto, che corrisponde a una radiazione monocromatica, linearmente polarizzata e coerente, vale la relazione:

$$I = c\varepsilon_0 E^2, \quad (1)$$

dove  $I$  è l'irradianza,  $c$  è la velocità della luce nel vuoto,  $\varepsilon_0$  è la costante dielettrica del vuoto ed  $E$  è il valore istantaneo del campo elettrico (in modulo). Inoltre, sempre per un'onda sinusoidale ideale, il valore istantaneo  $B$  del campo magnetico è dato dalla semplice relazione  $cB = E$  dalla quale, tenuto conto che  $c = 1/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$ , si ricava l'espressione<sup>7</sup>:

$$I = \frac{cB^2}{\mu_0}. \quad (2)$$

Se i valori di picco dei campi sono  $E_0$  e  $B_0$ , l'irradianza media in un periodo dell'onda<sup>8</sup> vale:

$$\bar{I} = c\varepsilon_0 \frac{E_0^2}{2} = \frac{c}{\mu_0} \cdot \frac{B_0^2}{2}. \quad (3)$$

In questo caso (quello dell'onda sinusoidale che, presumibilmente, è l'unico noto agli studenti) vi è dunque una semplice proporzionalità diretta tra il quadrato del valore di picco del campo – elettrico o magnetico – e l'irradianza media. Di conseguenza, conoscendo l'irradianza media  $\bar{I}$  si possono calcolare le ampiezze dell'onda elettromagnetica,  $E_0$  e  $B_0$ .

■ Veniamo ora ai *valori efficaci*: questo concetto, inizialmente definito per le correnti alternate, può essere esteso alle onde – con qualche cautela.

<sup>4</sup> La radiazione ultravioletta (UV) è trascurabile, perché il corrispondente flusso radiante è dell'ordine di 0,1 W.

<sup>5</sup> Il testo dice di trascurare la presenza dell'aria ma, anche facendolo, resterebbero le perdite per conduzione.

<sup>6</sup> <http://www.posterus.sk/?p=9400>

<sup>7</sup>  $\mu_0$  è la permeabilità magnetica del vuoto.

<sup>8</sup> Si ricordi che il valor medio su un periodo del quadrato della funzione seno è  $1/2$ .

Nel caso di una corrente alternata (sinusoidale), la potenza varia nel tempo periodicamente. Se si considera il suo valore medio in un periodo, supponendo che il carico sia puramente resistivo e che i valori di picco della corrente e della tensione siano, rispettivamente,  $I_0$  e  $V_0$ , come è noto si ha:

$$\bar{P} = V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} = R I_{\text{eff}}^2 = \frac{V_{\text{eff}}^2}{R}, \quad (4)$$

dove i “valori efficaci”  $I_{\text{eff}}$  e  $V_{\text{eff}}$  sono individuati come:

$$I_{\text{eff}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \quad V_{\text{eff}} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

Il valore di  $I_{\text{eff}}$  così definito non ha soltanto una funzione di comodo o un ruolo formale: rappresenta l'intensità di una corrente continua che dissiperebbe sul carico una potenza uguale a  $\bar{P}$ . E una cosa analoga vale per la tensione  $V_{\text{eff}}$ . Da questa circostanza deriva anche la denominazione di “efficace”.

Il caso dell'onda sinusoidale non è troppo diverso e anche qui è possibile fare riferimento a valori “efficaci”:

$$E_{\text{eff}} = \frac{E_0}{\sqrt{2}}, \quad B_{\text{eff}} = \frac{B_0}{\sqrt{2}}$$

Utilizzando queste espressioni, le relazioni (3) divengono:

$$\bar{I} = c \varepsilon_0 E_{\text{eff}}^2 = \frac{c B_{\text{eff}}^2}{\mu_0} \quad (5)$$

che sono formalmente analoghe alle (1) e (2), con la sostituzione dei valori efficaci al posto di quelli istantanei. Non possiamo, però, ripetere quanto dicevamo per la corrente: mentre si può immaginare una corrente continua che dissipi la medesima potenza della corrente alternata, non esistono onde con i campi elettrico e magnetico costanti. Il significato dei valori efficaci è quindi un po' più ristretto se ci si riferisce alle onde; in ogni modo, se è nota  $\bar{I}$  la relazione (5) permette di ricavare questi valori efficaci (e, da essi, volendo, ancora  $E_0$  e  $B_0$ ).

■ Nel nostro caso, tuttavia, abbiamo altre complicazioni. L'onda ideale che abbiamo considerato finora aveva ampiezze  $E_0$  e  $B_0$  costanti. Ma la lampada qui descritta è alimentata in corrente alternata, perciò sia la potenza media  $\bar{I}$  che le ampiezze fluttuano nel tempo (al doppio della frequenza di rete); anche i valori efficaci varieranno corrispondentemente e dovremo considerare per essi un opportuno valore medio.<sup>9</sup>

Assumendo che la potenza media della radiazione abbia il valore medio  $\langle \bar{I} \rangle$ ,<sup>10</sup> potremo ancora utilizzare le (5) sostituendo  $\langle \bar{I} \rangle$  al posto di  $\bar{I}$  e scrivendo al posto di  $E_{\text{eff}}$  e di  $B_{\text{eff}}$  due opportuni valori medi, diciamo  $\langle E_{\text{eff}} \rangle$  e  $\langle B_{\text{eff}} \rangle$ . Risolvendo per questi valori efficaci medi, avremo:

$$\langle E_{\text{eff}} \rangle = \sqrt{\frac{\langle \bar{I} \rangle}{c \varepsilon_0}}, \quad \langle B_{\text{eff}} \rangle = \frac{\langle E_{\text{eff}} \rangle}{c}. \quad (6)$$

<sup>9</sup> Non ci si deve confondere per la doppia media: all'onda sinusoidale è associata una variazione rapida (alla frequenza della luce) sulla quale si calcola la media rappresentata dal valore efficace, mentre un'ulteriore variazione a bassa frequenza è dovuta all'alimentazione della lampada in corrente alternata, per la quale si calcola il secondo valor medio sul periodo della corrente. Poiché le due frequenze sono separate da molti ordini di grandezza, è sostanzialmente irrilevante se stiano o meno in rapporto razionale tra loro.

<sup>10</sup> In realtà, non si tratta semplicemente di considerare il fatto che la potenza media emessa varia nel tempo, ma anche che, variando la temperatura del filamento, cambia pure la percentuale di radiazione visibile. Inoltre, a causa dell'inerzia termica del filamento, la potenza irraggiata non segue esattamente l'andamento della potenza elettrica assorbita dalla lampada.

■ Finora abbiamo discusso di un'onda sinusoidale *piana*. Invece la lampada «emette uniformemente in tutte le direzioni» ovvero emette onde sferiche e ciò significa che le ampiezze diminuiscono allontanandosi dalla sorgente. Questo, tuttavia, non modifica di molto la situazione, perché dobbiamo determinare i valori efficaci soltanto a una distanza definita, là dove abbiamo già calcolato quale sia l'irradianza media.

■ Un problema, invece, sta nel fatto che la radiazione emessa dalla lampada non è né polarizzata né coerente: ciò significa che i campi elettrico e magnetico non possono essere rappresentati da un'onda semplice, ma sono il risultato della sovrapposizione di campi oscillanti non correlati, aventi tutte le orientazioni possibili ortogonali alla direzione comune di propagazione. Il campo elettrico risultante, perciò, avrà presumibilmente media nulla – non soltanto in un periodo, ma in qualsiasi intervallo di tempo (e altrettanto dicasi per il campo magnetico)!

Questo non significa che il flusso radiante si annulli a sua volta. Ogni componente di data polarizzazione trasporta la propria energia e l'irradianza complessiva è somma dei contributi di tutte le componenti. Se si riconsiderano le relazioni (6) – valide separatamente per ciascuna componente – si capisce che sommare le irradianze equivale a sommare i termini  $\langle E_{\text{eff}}^2 \rangle$  o, corrispondentemente, i termini  $\langle B_{\text{eff}}^2 \rangle$  di tutte le orientazioni. Avremo dunque una somma positiva, ma non più una singola onda sinusoidale – elettrica e magnetica – con date ampiezze e corrispondenti valori efficaci (lentamente oscillanti). Possiamo usare ancora le relazioni (6) per calcolare un singolo valore  $\langle E_{\text{eff}} \rangle$  e un valore associato  $\langle B_{\text{eff}} \rangle$  a partire dall'irradianza  $\langle \bar{I} \rangle$ , ma i valori così ottenuti sono ora legati in modo assai indiretto alla radiazione reale.

■ C'è, infine, un'altra complicazione: la luce emessa dalla lampadina è “bianca”, non monocromatica. Bisogna ulteriormente analizzarla nelle sue componenti spettrali e, anche, tener conto che l'ampiezza (media) di ciascuna componente dipende dalla frequenza.<sup>11</sup>

In definitiva, il semplice calcolo diretto dei valori efficaci valido per un'onda sinusoidale non è applicabile a una radiazione composita e non periodica come quella della nostra lampadina. Per determinare l'irradianza si dovrebbe calcolare la media quadratica di tutte le componenti, il che – anche se si avessero le informazioni necessarie – sarebbe estremamente complicato; viceversa, conoscendo la sola irradianza è sostanzialmente impossibile risalire ai valori reali dei campi che compongono la radiazione.

Tutto ciò che si può fare, allora, è usare le relazioni (6) per calcolare quali sarebbero i valori medi efficaci dei campi elettrico e magnetico di una *radiazione ideale* “equivalente”, cioè monocromatica, linearmente polarizzata, coerente e *con la medesima irradianza* della radiazione in esame.

Naturalmente, i valori così ricavati rappresentano molto indirettamente una proprietà della radiazione reale e, per questo, la loro significatività è molto discutibile.

In ogni caso, possiamo finalmente calcolare questi valori ipotetici, che chiameremo  $\langle E_{\text{eq,eff}} \rangle$  e  $\langle B_{\text{eq,eff}} \rangle$ ; dove il pedice “eq” sta per “equivalente”:

$$\langle E_{\text{eq,eff}} \rangle = \sqrt{\frac{\langle \bar{I} \rangle}{c\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{I_V}{c\epsilon_0}} = 3,9 \text{ Vm}^{-1}$$

$$\langle B_{\text{eq,eff}} \rangle = \frac{\langle E_{\text{eq,eff}} \rangle}{c} = 1,3 \times 10^{-8} \text{ T.}$$

<sup>11</sup> La radiazione emessa da una lampada da 100 W è assimilabile a quella del corpo nero a 2750 K. Secondo l'indicazione del testo, trascuriamo il fatto che la lampada sia nell'aria e non nel vuoto, e quindi la velocità di propagazione dipenda dalla frequenza.

Sono questi i «valori efficaci» richiesti? Per quanto detto, a noi pare che non si possa calcolare altro, anche se resta piuttosto oscuro il senso che si dovrebbe associare a queste grandezze.

#### COMMENTI

– A parziale discolpa di chi ha ideato questo quesito, si può osservare che testi analoghi sono piuttosto diffusi<sup>12</sup>. Il che, tuttavia, non significa che sia corretto estendere arbitrariamente la definizione di “valore efficace”. Come abbiamo cercato di spiegare, sono comunque coinvolti più passaggi e non ci sembra giusto darli per ovvi e sottintesi.

– L’uso del termine “intensità”, riferito alla luce, può generare confusione. Se non si vuole dire esplicitamente “irradianza”, è comunque opportuno definire esplicitamente quale grandezza si intenda indicare.

– Anche in questo quesito bisogna lamentare l’uso scorretto dei simboli delle unità di misura (da scriversi sempre in tondo e separati con uno spazio dal valore della grandezza).

– Ci si interroga su quale potesse essere la finalità del quesito: realisticamente, pare destinato ad accertare che lo studente ricordi le formule (1) e (2). Se questo era lo scopo, il proporre una situazione pseudo-realistica (la lampadina da 100 W) solo apparentemente trattabile in modo diretto con quelle espressioni è una scelta discutibile: meglio, allora, chiedere direttamente di citare le relazioni desiderate e, se mai, di applicarle a un caso definito per un’onda elementare. Volendo riferirsi a un oggetto concreto, perché non considerare un piccolo diodo laser rosso (che oggi è più facilmente reperibile di una lampadina a incandescenza)?

– Qual è l’interesse che si ha nel determinare l’intensità dei campi associati a un’onda elettromagnetica? Questo è abbastanza evidente nel caso di un’onda che debba essere ricevuta da un’antenna, assai meno chiaro (ci si perdoni il gioco di parole) per la luce emessa da una lampada. I problemi che chiedono di determinare quantità poco significative sono intrinsecamente oziosi e, se possibile, secondo noi da evitare.

---

<sup>12</sup> Rif1, Rif2, Tipler es. 5 pag. 916 vol. 2 (P. A. Tipler, *Fisica*, Zanichelli, Bologna 1980), Halliday es. 21P pag. 779 (D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica - Elettromagnetismo*, Zanichelli, Bologna 2001), ...