

## Sulla simulazione MIUR di Matematica e Fisica del 23 febbraio 2019

### *Scent of Physics*

---

La recente simulazione di Matematica e Fisica proposta dal MIUR (28.2.2019)<sup>1</sup> avrà forse tranquillizzato studenti e docenti sul livello di difficoltà (basso) che ci si può aspettare di riscontrare nella prova che si svolgerà a giugno.

Non ci sentiamo di associarci ad entusiastici apprezzamenti della prova per quanto riguarda la sua struttura, formulazione e il rapporto equilibrato tra le due discipline<sup>2</sup>.

A nostro parere, rispetto alle precedenti simulazioni,

- alcuni aspetti problematici permangono insoluti;
- altri sono stati rimossi, come polvere sotto il tappeto;
- altri, novellamente, si aggiungono.

Resta la difficoltà, soprattutto per quanto riguarda la fisica, di riuscire a formulare problemi e quesiti che siano quanto meno: chiari, privi di ambiguità, di contraddizioni, di errori formali o sostanziali.

Per constatare il permanere di questo aspetto critico è sufficiente considerare l'interpretazione della funzione  $q(t)$  priva di senso fisico fornita dal testo al punto 3 del problema 1: a parere di alcuni, un semplice, evidente refuso.

Come potrebbe esserlo altrettanto per un ignaro candidato che se lo trovasse in sede di esame se non lo è stato nemmeno per gli estensori del problema?

Sotto il tappeto sono finiti i problemi cosiddetti "esperti". Visti gli esiti delle precedenti simulazioni non sapremmo dire se sia il caso di rammaricarsi. Sicuramente non rimpiangiamo le ammiccanti e colloquiali descrizioni pseudo-realistiche di qualche gruppo di famiglia o di classe in qualche interno domestico o di laboratorio. Il tuo amico Luigi..., aiuta Marco e Luca..., sei il responsabile gestionale...

Ma oltre a questo, pare abbandonata pure l'intenzione di provare a formulare problemi a partire da contesti e/o riferimenti storici; oppure, cosa per altro non banale, a partire da situazioni sperimentali, realisticamente riscontrabili in qualche laboratorio scolastico, piuttosto che nell'astratto mondo di carta di situazioni fisiche disinvoltamente idealizzate.

La svolta innovativa pare invece assaporarsi in questo vago, "delicato sapore di fisica", come l'ha descritto il Presidente AIF nel suo intervento pubblicato sul sito dell'Associazione<sup>3</sup>.

*Scent of Physics*: una formula 5+3 nella ripartizione dei quesiti, crudamente stabilita in proporzione al monte orario delle rispettive discipline. Con la semplice indicazione di risolvere 4 quesiti su 8, l'equanime ripartizione potrebbe risolversi nel caso di un candidato che non affronta nessun quesito di fisica (?!).

La fisica del quinto anno si avvista poi al termine della navigazione, nell'ultimo quesito: che piuttosto pare un pretesto per riportare alla memoria una formula e calcolare una semplice derivata. E non può mancare la ricorrente domanda, per altro indefinita, sulle unità di misura. Benevola acquiescenza avverso quella stucchevole, esclusiva, presunta ossessione dei prof di fisica per le dimensioni delle grandezze fisiche e relative unità? Oppure puntuale osservanza di quanto suggerito dalle Indicazioni Nazionali, laddove recitano: «[ ... ] gli esperimenti di laboratorio consentiranno [ ... ] di insegnare allo studente come esplorare fenomeni (sviluppare abilità relative alla misura)»? Misurare tanto per misurare?

Nel quesito 6 l'accanimento metrologico si esprime ulteriormente mediante la scrittura errata di espressioni che includono variabili che rappresentano grandezze fisiche.

Ebbene sì, lasciateci perseverare, pure noi, ancora un'ultima volta, sulla questione, nostra magnifica ossessione.

---

<sup>1</sup> [http://www.istruzione.it/esame\\_di\\_stato/esempi/201819/Licei/Pdf/LI02-Esempio1.pdf](http://www.istruzione.it/esame_di_stato/esempi/201819/Licei/Pdf/LI02-Esempio1.pdf)

<sup>2</sup> <http://www.mathesisnazionale.it/2019/02/28/la-simulazione-di-seconda-prova/>

<sup>3</sup> <https://www.aif.it/ancora-seconda-prova-quel-delicato-sapore-di-fisica/>

Il testo del quesito 6 esordisce con:

«Un punto materiale si muove di moto rettilineo, secondo la legge oraria espressa, per  $t \geq 0$ , da  $x(t) = \frac{1}{9}t^2 \left(\frac{1}{3}t + 2\right)$ , dove  $x(t)$  indica (in m) la posizione occupata dal punto all'istante  $t$  (in s). Si tratta di un moto uniformemente accelerato?»

In realtà, si dovrebbe rispondere: “No, si tratta soltanto di una scrittura errata”! Vediamo perché.

- a) Due grandezze sono uguali soltanto se hanno lo stesso valore e *la stessa dimensione fisica*;  
 b) Si può definire una somma soltanto se gli addendi sono tra loro omogenei.

Entrambe queste condizioni sono violate dall'espressione scritta sopra, quali che fossero le “intenzioni” o “interpretazioni” che l'estensore del quesito aveva in mente. Se  $x$  è una lunghezza e  $t$  un tempo:

- $\frac{1}{3}t$  è un tempo e non può essere sommato al numero 2;
- $\frac{1}{27}t^3$  è il cubo di un tempo e non può essere sommato a  $\frac{2}{9}t^2$ , che è il quadrato di un tempo;
- nessuno dei due termini precedenti è omogeneo a una lunghezza e può essere confrontato con  $x$ .

Ricordiamo che il valore di una grandezza fisica, secondo il SI<sup>4</sup>, si esprime con il prodotto di un numero per un'unità di misura. Le regole di scrittura sono normate dagli standard ISO/IEC 80000. Il riferimento più facilmente accessibile è la guida: “The NIST Guide for the Use of the International System of Units”<sup>5</sup>.

In coerenza con le regole, vi sono più modi per riscrivere correttamente quell'espressione, con significati diversi. Per esempio:

PRIMO MODO:  $x(t) = at^2(bt + c)$ , dove  $a, b, c$  sono costanti,  $x$  è una lunghezza e  $t$  un tempo. Questa è una relazione tra grandezze che vale indipendentemente dalle unità scelte (valori delle costanti e unità di misura potranno essere definiti successivamente).

Nelle quattro espressioni seguenti, come nel testo del quesito,  $x(t)$  indica (in metri) la posizione occupata dal punto all'istante  $t$  (in secondi). In tutti questi modi di scrivere, le lettere corrispondono a *grandezze fisiche*.

SECONDO MODO:  $x(t) = at^2(bt + 2)$ , dove  $a = \frac{1}{9} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ,  $b = \frac{1}{3} \text{ s}^{-1}$ ;

TERZO MODO:  $x(t) = at^2(bt + c)$ , dove  $a = \frac{1}{9} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $b = \frac{1}{3} \text{ s}^{-2}$ ,  $c = 2 \text{ s}^{-1}$ ;

QUARTO MODO:  $x(t) = at^3 + bt^2$ , dove  $a = \frac{1}{27} \text{ m} \cdot \text{s}^{-3}$ ,  $b = \frac{2}{9} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ;

QUINTO MODO:  $x(t) = \left(\frac{1}{9} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}\right) t^2 \left[\left(\frac{1}{3} \text{ s}^{-1}\right) t + 2\right]$ ;

SESTO MODO:  $x = \frac{1}{9}t^2 \left(\frac{1}{3}t + 2\right)$ , dove  $t = \tau/s$  è il valore numerico dell'istante di tempo  $\tau$  (espresso in secondi) e  $x = s/m$  è il valore numerico della corrispondente posizione  $s$  (espressa in metri)<sup>2</sup>.

In questo sesto modo, le lettere  $x$  e  $t$  presenti nell'espressione corrispondono a *numeri*. L'espressione ha la stessa la forma di quella presente nel testo del quesito, ma il significato attribuito a  $x$  e  $t$  è diverso, perché là ci sono grandezze fisiche (posizione e istante di tempo) e qui numeri.

A seconda dei casi, è possibile scegliere il modo più opportuno. Le alternative non mancano...

Come detto sopra, ci sono regole precise e dettagliate, stabilite da convenzioni internazionali. Riteniamo che chi prepara prove d'esame sia tenuto a conoscerle e a rispettarle, senza eccezioni.

<sup>4</sup> SI Brochure: *The International System of Units (SI)*, [8th edition, 2006; updated in 2014]

<sup>5</sup> <https://www.nist.gov/pml/nist-guide-si-chapter-7-rules-and-style-conventions-expressing-values-quantities>

## Griglia

Un altro aspetto ci è parso degno di nota critica è l'incongruenza tra la prova proposta e la griglia di valutazione ministeriale della prova mista contenuta nei quadri di riferimento (DM 769/18).

### GRIGLIA INTEGRATA (DA UTILIZZARE NEL CASO IN CUI LA PROVA COINVOLGA PIU' DISCIPLINE)

Nel caso in cui la scelta del D. M. emanato annualmente ai sensi dell'art. 17, comma 7 del D. Lgs. 62/2017 ricada su una prova concernente più discipline, la traccia sarà predisposta, sia per la prima parte che per i quesiti, in modo da proporre temi, argomenti, situazioni problematiche che consentano, in modo integrato, di accertare le conoscenze, abilità e competenze attese dal PECUP dell'indirizzo e afferenti ai diversi ambiti disciplinari.

Indicatore (correlato agli obiettivi della prova)	Punteggio max per ogni indicatore (totale 20)
<b>Analizzare</b> Esaminare la situazione fisica proposta formulando le ipotesi esplicative attraverso modelli o analogie o leggi.	5
<b>Sviluppare il processo risolutivo</b> Formalizzare situazioni problematiche e applicare i concetti e i metodi matematici e gli strumenti disciplinari rilevanti per la loro risoluzione, eseguendo i calcoli necessari.	6
<b>Interpretare, rappresentare, elaborare i dati</b> Interpretare e/o elaborare i dati proposti e/o ricavati, anche di natura sperimentale, verificandone la pertinenza al modello scelto. Rappresentare e collegare i dati adoperando i necessari codici grafico-simbolici.	5
<b>Argomentare</b> Descrivere il processo risolutivo adottato, la strategia risolutiva e i passaggi fondamentali. Comunicare i risultati ottenuti valutandone la coerenza con la situazione problematica proposta.	4

Il primo indicatore: "Esaminare la situazione fisica proposta ...", potrebbe non essere valutabile se il candidato svolgesse solo la parte relativa alla matematica.

Il terzo indicatore "Interpretare e/o elaborare i dati proposti e/o ricavati ..." è di difficile valutazione: per quanto riguarda i dati c'è ben poco da interpretare e/o rappresentare graficamente.

Sarebbe anche utile, ai fini della valutazione della prova, che il MIUR fornisse le proposte di soluzione delle tracce d'esame. In questo modo si arriverebbe anche ad interpretare punti della traccia eventualmente ambigui, errati o confusi. A tal proposito...

## ...Q

Il testo del **Problema 1** (al punto 3) recita: «Supponendo che la funzione  $q(t)$  rappresenti, per  $t \geq 0$ , la carica elettrica (misurata in C) che attraversa all'istante di tempo  $t$  (misurato in s) la sezione di un certo conduttore, [...]».

Abbiamo letto vari tentativi di esegesi di questa frase oscura –  $q$  è la carica che *ha attraversato* la sezione del conduttore nell'intervallo di tempo  $[0; t]$ ;  $q$  non è una carica, bensì l'intensità della corrente all'istante  $t$ ;  $q(t)$  è una primitiva della funzione  $i(t)$  da ricavare, ma non ha alcun significato fisico.

Pare che la risoluzione di questi esempi e “simulazioni” d’esame richieda, più che competenze in Fisica, competenze in una nuova disciplina speculativa che potremmo chiamare EEEE: “Ermeneutica ed Euristica solutiva delle Enunciazioni Errate”.

Ma, in questo caso, è inutile esercitare troppa fantasia. La frase citata è del tutto priva di senso, perché non c’è carica che attraversi qualcosa “in un istante”.

Però, volendo insistere:

La prima interpretazione riportata sopra è sensata, ma contrasta con quello che il problema propone poco dopo (punto 4): “Indicando, per  $t_0 \geq 0$ , con  $Q(t_0)$  la carica totale che attraversa la sezione del conduttore in un dato intervallo di tempo  $[0, t_0]$ , [...]”. Questo, infatti, fa ritenere che debba essere  $q \neq Q$ .

La seconda interpretazione è in contrasto con il simbolo usato ( $q$  indica abitualmente una carica) e con quanto si legge esplicitamente nel testo: “ $q(t)$  rappresenti [...] la carica elettrica”. Inoltre, se  $q(t)$  fosse già la corrente, che senso avrebbe chiedere di “esprimere” la stessa corrente? Soltanto sostituire due valori numerici in un’espressione letterale?

La terza interpretazione è, secondo noi, la più probabile: chi ha formulato la domanda, voleva semplicemente chiedere il calcolo di una derivata. Si è poi inventata una “interpretazione fisica” sballata, che non si può far altro che ignorare. Del resto, la corrente che si chiede di analizzare è una corrente elettrica del tutto ipotetica, perché non corrisponde ad alcun sistema fisico che sia possibile immaginare, se non in modo molto, molto artificioso. Con altrettanta credibilità, si potrebbe sostenere che  $i(t)$  rappresenti l’andamento temporale di... scegliete voi quello che preferite!

---

## Notizia dell’ultima ora

Finalmente (19 marzo 2019) il MIUR, sollecitato attraverso gli organi di stampa<sup>6</sup>, ha diramato l’interpretazione autentica del “refuso”<sup>7</sup>:

*«In particolare, grazie alle osservazioni pervenute, il gruppo di lavoro incaricato della prova mista di matematica/fisica per il liceo scientifico specifica che, nel problema 1, l’espressione: “la funzione  $q(t)$  rappresenti, per  $t \geq 0$ , la carica elettrica (misurata in C) che attraversa all’istante di tempo  $t$  (misurato in s) la sezione di un certo conduttore”, contiene un refuso. La corretta formulazione è la seguente: “la funzione  $q(t)$  rappresenti, per  $t \geq 0$ , la carica elettrica (misurata in C) che ha attraversato dall’istante di tempo  $t=0$  all’istante di tempo  $t$  (misurato in s) la sezione di un certo conduttore».*

---

## Equilibrio

Il **Problema 2** chiede di discutere il genere di equilibrio, stabile oppure instabile, di una carica (di segno non specificato) collocata in un punto nel quale il campo elettrostatico generato da due cariche positive  $Q_1$  e  $Q_2$  si annulla.

È necessaria una premessa.

Il testo riporta che «la carica  $Q_1$  è fissata nell’origine  $O$ » e, per quanto riguarda l’altra carica  $Q_2$ , che quest’ultima «è vincolata a rimanere sulla retta  $r$  di equazione  $y = 1$ ».

Poi, in relazione alla domanda sulla natura dell’equilibrio in  $P$ , al punto 1 precisa: «Supponendo che la carica  $Q_2$  sia collocata nel punto  $A \equiv (0; 1) \dots$ ». Quindi, stando all’ipotesi testuale, la carica non risulta «fissata», vincolata in un punto, come l’altra, ma soltanto vincolata a stare sulla retta  $r$ . In questo caso la discussione sulla natura del punto di equilibrio risulterebbe un po’ più complicata.

---

<sup>6</sup> “Nella prova d’esame di matematica il ministero ha commesso un errore”, *L’ECO DI BERGAMO*, 17 MARZO 2019

Carlo Rovelli, «Il Ministero e il coraggio di dire: ‘Ho fatto un errore’», *Corriere della Sera*, 19 marzo 2019

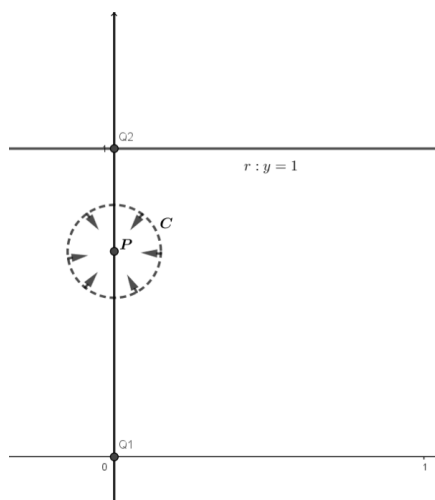
<sup>7</sup> [http://www.istruzione.it/esame\\_di\\_stato/esempi/201819/default\\_anno.htm](http://www.istruzione.it/esame_di_stato/esempi/201819/default_anno.htm)

Il testo è qui riprodotto come figura sul sito del MIUR, cioè con tutti i caratteri in corsivo.

Interpretando ancora (!) una volta il testo, ipotizziamo che la carica  $Q_2$  sia vincolata nel punto  $A$ . Il quesito può essere risolto facendo appello ad un risultato di carattere generale (teorema di Earnshaw) che utilizza il teorema di Gauss.

Mostriamo che  $P \equiv (0; 2/3)$ , punto di zero del campo elettrico generato dalle cariche fisse  $Q_1$  e  $Q_2$ , non può essere punto di equilibrio stabile per una carica di prova  $q$  (positiva) ivi collocata. Infatti, se così fosse, il campo elettrico (e quindi la forza elettrica agente su  $q$ ), nei punti di una circonferenza  $C$  con centro in  $P$  e di raggio piccolo a piacere, sarebbe sempre diretto verso il centro  $P$ .

Ora immaginiamo la distribuzione di carica immersa nello spazio 3D.



Data la simmetria assiale della distribuzione, presa la superficie sferica  $S$  con centro in  $P$ , ottenuta ruotando  $C$  attorno all'asse di simmetria  $y$ , ne risulterebbe un flusso del campo elettrico diverso da zero:

$$\Phi_S(\vec{E}) < 0.$$

Quindi, per il teorema di Gauss, all'interno di  $S$  (e di  $C$ ) dovrebbe esserci una carica netta di segno negativo. Ma non c'è carica dentro  $C$ !

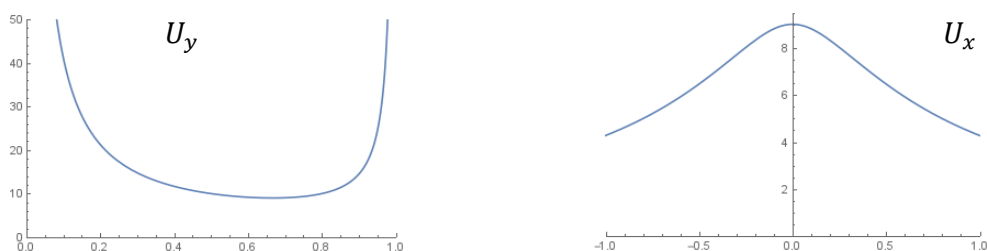
Quindi il punto  $P$  non può essere di equilibrio stabile.

Il Problema 2, al punto 3, chiede poi di studiare l'energia potenziale del sistema di due cariche positive al variare della coordinata  $x$  di una di esse. La cosa è senza interesse dal punto di vista fisico e sembra essere soltanto un espediente per chiedere lo studio di una funzione.

Meglio sarebbe stato continuare con un approfondimento del punto precedente, chiedendo di studiare il potenziale delle due cariche nell'intorno del punto dove una terza carica sarebbe in equilibrio tra le due, ovvero in  $P \equiv (0; 2/3)$ . Si sarebbe potuto chiedere di esaminare le due funzioni:

$$U_y = \frac{4}{y} + \frac{1}{1-y} \quad \text{e} \quad U_x = \frac{4}{\sqrt{x^2 + \frac{4}{9}}} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + \frac{1}{9}}}$$

che rappresentiamo qui sotto negli intervalli di interesse:



Queste due funzioni hanno derivata, rispettivamente:

$$U'_y = \frac{1}{(1-y)^2} - \frac{4}{y^2} \quad \text{e} \quad U'_x = \frac{-x}{\left(x^2 + \frac{1}{9}\right)^{3/2}} - \frac{4x}{\left(x^2 + \frac{4}{9}\right)^{3/2}}.$$

Si ha poi:

$$U'_y = 0 \quad \text{per} \quad y = \frac{2}{3}; \quad U'_x = 0 \quad \text{per} \quad x = 0.$$

Il segno di  $U'_x$  è l'opposto del segno di  $x$  e si capisce, quindi, che  $U_x$  presenta un massimo per  $x = 0$ .

Quanto a  $U'_y$ , abbiamo visto che nell'intervallo  $(0; 1)$  si annulla (soltanto) per  $y = 2/3$ . Anziché derivare ulteriormente, possiamo calcolare  $U'_y(0,5) = -12$  e  $U'_y(0,8) = 18,75$ . Si capisce, quindi, che  $U_y$  presenta un minimo per  $y = 2/3$ .

Questi risultati confermano che l'equilibrio nel punto  $P \equiv (0; 2/3)$  non può essere stabile, perché – sia per una carica positiva che per una carica negativa – l'energia potenziale avrebbe un minimo in una direzione e un massimo nella direzione ortogonale. Per la simmetria rispetto a una rotazione attorno all'asse delle  $y$ , quanto analizzato nel piano si estende poi a tutto lo spazio.