



Giovanna Malegori

Liceo "G. Bagatta", Desenzano del Garda (BS) giovanna.malegori@tin.it

Misurare pi-greco

(Pervenuto il 21.04.2015, approvato il 21.10.2015)

ABSTRACT

This article describes an activity aimed at measuring the value of pi. Five methods, were used, all of them easy to perform. All results agree with the known value within 1%. The activity is suitable to introduce the concept of measurement uncertainty at the beginning of Physics Classes. Measurements were carried out involving all the students in a class.

Introduzione

Nelle Indicazioni Nazionali riguardanti gli obiettivi specifici di apprendimento della Fisica nei Licei Scientifici si legge: "Nel primo biennio si inizia a costruire il linguaggio della fisica classica (grandezze fisiche scalari e vettoriali e unità di misura) [...] Gli esperimenti di laboratorio consentiranno di definire con chiarezza il campo di indagine della disciplina e di permettere allo studente di esplorare fenomeni (sviluppare abilità relative alla misura) e di descriverli con un linguaggio adeguato (incertezze, cifre significative, grafici). L'attività sperimentale lo accompagnerà lungo tutto l'arco del primo biennio".

Lo studio della Fisica inizia necessariamente dall'introduzione dei concetti che stanno alla base dell'indagine sperimentale quantitativa: unità di misura, caratteristiche degli strumenti, risultato di una misura (valore attendibile e incertezza), incertezza per grandezze derivate, confronto tra misure (intervallo di compatibilità). Per un apprendimento più consapevole, ritengo sia importante che, sin da subito, gli studenti si abituino a lavorare su dati raccolti in prima persona piuttosto che su esercizi numerici astratti del libro di testo. Contestualmente gli studenti devono sviluppare abilità operative e imparare a collaborare coi compagni.

A questo scopo presento un'attività sperimentale di ampio respiro che coinvolge tutti gli aspetti della teoria della misura sopra indicati. Si tratta di misurare il numero pi (pi-greco) con cinque diversi metodi che sono tutti di facile realizzazione e richiedono il coinvolgimento attivo degli studenti: pesare pi, il metodo Montecarlo, i pluriquadrati, le sezioni lineari, lo sviluppo lineare della circonferenza. Le misure vengono poi confrontate tra loro e con il valore tabulato di pi.

Pesare pi-greco

Ciascun alunno ritaglia su un cartoncino abbastanza spesso (ad esempio l'ultima pagina di un blocco o un cartone) un quadrato ed un cerchio in modo che il lato del quadrato sia pari al raggio del cerchio (Fig. 1). Se il cartoncino utilizzato ha spessore h e densità d, il cerchio e il quadrato hanno massa rispettivamente pari a m_c = pi l^2 h d e m_q = l^2 h d. Il valore di pi-greco si ottiene pesando i due cartoncini e calcolando il rapporto tra le due masse m_c/m_q = pi [1].

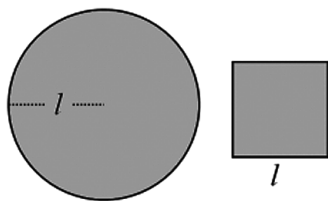


Figura 1. Forma dei cartoncini da pesare per misurare il valore di pi.

In una prima fase ciascun alunno pesa i propri cartoncini e calcola il valore più attendibile di pi come rapporto tra le due masse m_c/m_q. Per il calcolo dell'incertezza, utilizza le formule della propagazione dell'errore per grandezze derivate: Delta pi = pi * (Delta m/m_c + Delta m/m_q).

Lo strumento utilizzato per la misura delle masse è una bilancia con risoluzione Delta m = 0.1 g; poiché si effettua una sola pesata, si assume come incertezza della massa il valore Delta m = 0.1 g [2]. Ogni

alunno scrive il risultato della sua misura ($\pi \pm \Delta\pi$) prestando particolare attenzione al numero di cifre significative sia dell'errore che del valore attendibile [3]. Nella Tabella 1 sono riportati i risultati ottenuti. Si osserva che in molti casi la misura non è compatibile con il valore di π calcolato poiché la stima del singolo alunno risente fortemente dell'inevitabile imprecisione nel ritagliare le due figure. Per ridurre l'effetto di questo errore casuale è necessario ripetere più volte la misura. Si passa quindi alla seconda fase in cui vengono condivisi i risultati dell'intera classe; il valore più attendibile viene stimato con la media delle stime dei singoli alunni, l'incertezza con la deviazione standard [2] [4] ottenendo il valore $\pi = (3.13 \pm 0.13)$ compatibile col valore calcolato.

Il metodo Montecarlo

Il metodo Montecarlo è usato per trarre stime attraverso simulazioni; una delle sue applicazioni è il calcolo di aree. L'area di una figura piana, contenuta in un quadrato di area unitaria, coincide con la probabilità che un punto scelto a caso nel quadrato appartenga alla figura. In base alla legge empirica del caso,

$m_c(\text{g})$	$m_Q(\text{g})$	$\pi = m_c/m_Q$	$\Delta\pi$	$\pi \pm \Delta\pi$
29.3	9.1	3.220	0.05	3.22 ± 0.05
40.3	12.7	3.173	0.03	3.17 ± 0.03
38.6	12.4	3.113	0.03	3.11 ± 0.03
3.2	1.0	3.200	0.42	3.2 ± 0.4
16.8	5.6	3.000	0.07	3.00 ± 0.07
5.6	1.8	3.111	0.23	3.1 ± 0.2
12.1	4.0	3.025	0.10	3.00 ± 0.10
11.7	3.8	3.079	0.11	3.08 ± 0.11
15.1	4.9	3.082	0.08	3.08 ± 0.08
6.7	2.1	3.190	0.20	3.2 ± 0.2
6.8	2.1	3.238	0.20	3.2 ± 0.2
10.7	3.6	2.972	0.11	2.97 ± 0.11
19.4	6.4	3.031	0.06	3.03 ± 0.06
15.1	4.9	3.082	0.08	3.08 ± 0.08
6.4	2.2	2.909	0.18	2.91 ± 0.18
24.1	7.0	3.443	0.06	3.44 ± 0.06
13.9	4.6	3.022	0.09	3.02 ± 0.09
13.5	4.3	3.140	0.10	3.14 ± 0.10
7.4	2.3	3.217	0.18	3.22 ± 0.18
5.4	1.8	3.000	0.22	3.0 ± 0.2
4.8	1.4	3.429	0.32	3.4 ± 0.3
6.1	1.9	3.211	0.22	3.2 ± 0.2

Tabella 1. Misure di π dedotte dal valore della massa del cartoncino a forma di cerchio (m_c) e di quadrato (m_Q). Per stimare l'incertezza della singola misura si è usata l'espressione $\Delta\pi = \pi * (\Delta m/m_c + \Delta m/m_Q)$. L'ultima colonna riporta il risultato della misura dei singoli alunni.

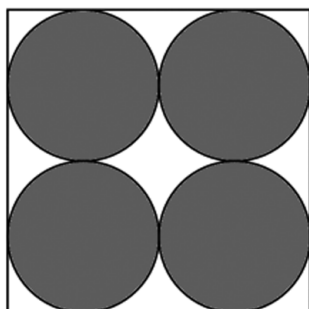


Figura 2. Quadrato con quattro cerchi inscritti la cui area è misurata col metodo Montecarlo.

in una serie di prove ripetute un numero sufficientemente grande di volte, la frequenza dell'evento è approssimativamente uguale alla sua probabilità. Pertanto, per valutare la probabilità di scegliere un punto appartenente alla figura, si scelgono N punti a caso del quadrato e si registrano le volte F in cui il punto appartiene alla figura. Il quoziente F/N è la frequenza ed è una ragionevole stima della probabilità e quindi dell'area della figura stessa [5] [6]. Naturalmente, la qualità della stima migliora aumentando il numero di punti scelti all'interno del quadrato ed assicurandosi che non cadano sempre nella stessa zona ma coprano tutta la figura.

Nel nostro caso il metodo è stato utilizzato per misurare il valore di *pi greco*. Ciascun alunno ha disegnato un quadrato di lato circa 30 cm e quattro cerchi inscritti (Fig. 2). Per scegliere casualmente un punto all'interno del quadrato ha lanciato sulla figura una manciata di pastina di piccole dimensioni (nel nostro caso stelline) e contato il numero N_C di stelline cadute all'interno dei quattro cerchi e quelle cadute negli spazi del quadrato esterni ai cerchi, N_{est} . Se $N_Q = N_C + N_{est}$ è il numero totale di punti (stelline) scelti casualmente all'interno del quadrato, si può scrivere la proporzione $A_C/A_Q = N_C/N_Q$ ove A_C è l'area della figura costituita dai quattro cerchi e A_Q quella del quadrato. Indicando con r il raggio dei cerchi, la proporzione diventa $4\pi r^2/16r^2 = N_C/N_Q$. Pertanto il valore di *pi greco* può essere dedotto dalla relazione $\pi = 4 N_C/N_Q$. I risultati delle misure sono riportati nella Tabella 2. La media e deviazione standard dei dati forniscono il valore $\pi = (3.14 \pm 0.15)$.

N_C	N_{est}	N_Q	$\pi = 4 N_C/N_Q$
82	26	108	3.037
135	50	185	2.919
131	30	161	3.255
215	61	276	3.116
134	32	166	3.229
176	44	220	3.200
177	52	229	3.092
177	65	242	2.926
126	32	158	3.190
126	36	162	3.111
150	41	191	3.141
216	57	273	3.165
289	50	339	3.410
133	36	169	3.148
133	25	158	3.367
134	51	185	2.897

Tabella 2. Misure di π col metodo Montecarlo. N_C : punti all'interno dei cerchi, N_{est} : punti nelle zone esterne ai cerchi, N_Q : punti totali nel quadrato.

Vale la pena segnalare che, prima della misura qui presentata, si era applicato il metodo ad una figura costituita semplicemente da un cerchio inscritto in un quadrato. Si otteneva tuttavia una sovrastima di *pi greco*. Gli alunni hanno osservato che, nonostante provassero a lanciare la pastina distribuendola casualmente in tutto il quadrato, in realtà nel lancio, anche se involontariamente, non riuscivano a coprire bene tutta la zona ma tendevano a concentrare la pastina al centro del quadrato. In questo modo la scelta del punto del quadrato non era più casuale ma i punti al centro (e quindi quelli del cerchio) avevano una probabilità maggiore di essere scelti rispetto a quelli all'esterno, falsando la stima. La figura con cui si è lavorato ridistribuisce nel quadrato i quattro cerchi rendendo trascurabile l'effetto della diminuzione della probabilità di scelta dei punti man mano che ci si allontana dal centro del quadrato.

Questa misura potrà essere richiamata nel proseguo degli studi sia quando si affronterà il calcolo delle probabilità sia quando si introdurrà il metodo Monte-carlo per il calcolo dell'integrale definito.

Un altro metodo Monte-carlo per la misura di *pi-greco* ben noto, quello dell'ago di Buffon, è accennato in [7].

Il metodo dei pluriquadrati

Preso un foglio a quadretti, si definisce come unità di misura u la lunghezza del lato dei quadretti. Posizionando la punta del compasso in un punto casuale del foglio (non al vertice o nel centro esatto del quadretto) si disegna un cerchio di raggio $10u$ (Fig. 3). Si conta il numero di quadretti completamente contenuti nel cerchio (A_{int}) e di quelli che lo circoscrivono (A_{est}) ottenendo la misura delle superfici del pluriquadrato inscritto e circoscritto espresse in u^2 [8]. Il primo valore fornisce una stima per difetto dell'area del cerchio, il secondo una stima per eccesso. Una stima attendibile dell'area del cerchio A_c è fornito dalla media aritmetica delle due misure, l'incertezza ΔA_c dalla semidifferenza. Poiché π è pari al rapporto tra l'area del cerchio e il suo raggio al quadrato, se ne determina il valore dalla relazione $\pi = (A_c / 100 u^2 \pm \Delta A_c / 100 u^2)$. Nel calcolo dell'incertezza si è supposto trascurabile l'errore nella misura del raggio. Ogni alunno ha ripetuto due volte la misura: la Tabella 3 riporta i risultati prodotti dalla singola misura. Gli intervalli di variabilità sono tutti coerenti con il valore di π calcolato ma presentano un errore relativo abbastanza alto. Per ridurre l'incertezza si devono analizzare insieme i dati raccolti dall'intera classe. Il valor medio e la deviazione standard delle misure forniscono di nuovo un risultato compatibile col valore tabulato: $\pi = (3.16 \pm 0.11)$. Da notare che la variabilità dei dati è legata alla casualità nel posizionamento del centro del cerchio che porta a differenti pluriquadrati inscritti e circoscritti. Anche in questo caso condividere con i compagni i propri risultati fornisce una stima più precisa; si comprende una volta di più quanto sia importante raccogliere ed analizzare un elevato numero di dati e quanto sia utile collaborare coi compagni suddividendosi il lavoro.

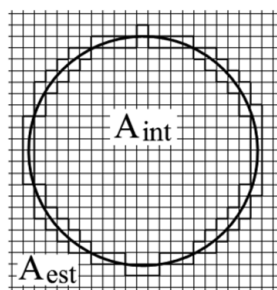


Figura 3. Cerchio di raggio $10u$ quadretti, pluriquadrato inscritto e circoscritto.

Il metodo delle sezioni lineari

Il metodo delle sezioni lineari è una delle tecniche stereologiche di analisi quantitativa delle immagini utilizzata per stimare l'area di superfici. Gli ambiti di applicazione sono molteplici: metallurgia, biologia, petrografia, istologia, ... [9] [10]. Su un foglio, meglio se a quadretti, si disegna un cerchio di raggio $7-8$ cm circa ed il quadrato ad esso circoscritto. Si seziona la figura con N linee parallele a due lati del quadrato ed equidistanziate tra loro (Fig. 4). L'utilizzo della quadrettatura del foglio aiuta a semplificare questa fase. Con una comune riga di risoluzione 1 mm, si misura la lunghezza totale L_Q delle sezioni del

$A_{int}(u^2)$	$A_{est}(u^2)$	$A_C(u^2)$	$\Delta A_C(u^2)$	π	$\Delta\pi$	$\pi \pm \Delta\pi$
281	345	313	32	3.130	0.320	3.1 ± 0.3
288	349	319	31	3.185	0.305	3.2 ± 0.3
269	322	296	27	2.955	0.265	3.0 ± 0.3
271	324	298	27	2.975	0.265	3.0 ± 0.3
296	396	346	50	3.460	0.500	3.5 ± 0.5
285	336	311	26	3.105	0.255	3.1 ± 0.3
295	349	322	27	3.220	0.270	3.2 ± 0.3
283	361	322	39	3.220	0.390	3.2 ± 0.4
278	341	310	32	3.095	0.315	3.1 ± 0.3
273	342	308	35	3.075	0.345	3.1 ± 0.4
285	355	320	35	3.200	0.350	3.2 ± 0.4
287	354	321	34	3.205	0.335	3.2 ± 0.3
284	345	315	31	3.145	0.305	3.2 ± 0.3
285	348	317	32	3.165	0.315	3.2 ± 0.3
284	396	340	56	3.400	0.560	3.4 ± 0.6
286	346	316	30	3.160	0.300	3.2 ± 0.3
272	360	316	44	3.160	0.440	3.2 ± 0.4
298	373	336	38	3.355	0.375	3.4 ± 0.4
279	362	321	42	3.205	0.415	3.2 ± 0.4
299	366	333	34	3.325	0.335	3.3 ± 0.3
284	335	310	26	3.095	0.255	3.1 ± 0.3
279	339	309	30	3.090	0.300	3.1 ± 0.3
284	335	310	26	3.095	0.255	3.1 ± 0.3
284	337	311	27	3.105	0.265	3.1 ± 0.3
285	355	320	35	3.200	0.350	3.2 ± 0.4
299	366	333	34	3.325	0.335	3.3 ± 0.3
284	335	310	26	3.095	0.255	3.1 ± 0.3
279	347	313	34	3.130	0.340	3.1 ± 0.3
293	352	323	30	3.225	0.295	3.2 ± 0.3
291	348	320	29	3.195	0.285	3.2 ± 0.3
282	347	315	33	3.145	0.325	3.2 ± 0.3
283	349	316	33	3.160	0.330	3.2 ± 0.3
290	352	321	31	3.210	0.310	3.2 ± 0.3
256	330	293	37	2.930	0.370	3.0 ± 0.4
276	348	312	36	3.120	0.360	3.1 ± 0.4
277	344	311	34	3.105	0.335	3.1 ± 0.3
288	335	312	24	3.115	0.235	3.1 ± 0.2
285	337	311	26	3.110	0.260	3.1 ± 0.3
288	336	312	24	3.120	0.240	3.1 ± 0.2
274	361	318	44	3.175	0.435	3.2 ± 0.4

Tabella 3. Misura di π col metodo dei pluriquadrati. A_{int} e A_{est} : area del pluriquadrato inscritto e circoscritto, rispettivamente, A_C e ΔA_C : valore attendibile e incertezza dell'area del cerchio, $\pi = A_C/100 u^2$, $\Delta\pi = \Delta A_C/100 u^2$. L'ultima colonna riporta il risultato della singola misura.

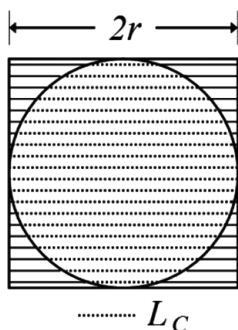


Figura 4. Cerchio e quadrato circoscritto sezionato con linee parallele ed equidistanti. L_C : sezioni del cerchio.

quadrato (pari a N volte la lunghezza del lato del quadrato) e L_C la somma delle lunghezze delle sezioni del cerchio. Dette A_Q e A_C le aree del cerchio e del quadrato, si può scrivere la seguente proporzione [9]: $A_C/A_Q = L_C/L_Q$. Indicando con r il raggio del cerchio, la proporzione diventa $\pi r^2/4r^2 = L_C/L_Q$. Il valore di π greco si deduce dalla relazione $\pi = 4 L_C/L_Q$. La principale fonte d'errore della misura è legata al fatto che le figure vengono sezionate con linee parallele distribuite in modo discreto anziché continuo: l'approssimazione nel valutare l'area del cerchio è tanto più precisa quanto più le sezioni sono numerose e ravvicinate. In alternativa si può ridurre l'effetto dell'errore accidentale effettuando più misure: la distanza tra le rette del fascio secante viene mantenuta fissa e le rette vengono posizionate casualmente all'interno della figura; per questo è importante scegliere casualmente il centro del cerchio. Nel nostro caso, per semplificare la misura, abbiamo disegnato sezioni sempre parallele al lato del quadrato circoscritto. Nella Tabella 4 sono riportati i risultati delle misure che forniscono il seguente valore: $\pi = (3.13 \pm 0.11)$.

$L_C(\text{cm})$	$L_Q(\text{cm})$	$\pi = 4 L_C/L_Q$
500.9	640.0	3.131
339.2	480.0	2.827
489.4	640.0	3.059
494.2	640.0	3.089
498.0	626.4	3.180
512.2	648.0	3.162
528.6	673.1	3.141
514.3	656.0	3.136
490.2	624.0	3.142
514.6	649.0	3.172
512.1	625.0	3.277
499.1	640.0	3.119
506.1	644.0	3.143
501.2	656.0	3.056
503.4	632.0	3.186
525.0	640.0	3.281
523.0	635.0	3.294
505.8	648.0	3.122
479.7	656.0	2.925
505.5	631.8	3.200

Tabella 4. Misure di π col metodo delle sezioni parallele. L_Q : lunghezza totale delle sezioni del quadrato, L_C : somma delle lunghezze delle sezioni del cerchio.

Lo sviluppo lineare della circonferenza

Si consideri un corpo di raggio r che rotoli senza strisciare. Ad una rotazione dell'angolo θ , espresso in radianti, corrisponde uno spostamento lineare $s = \theta r$ pari alla lunghezza dell'arco di circonferenza sotteso all'angolo θ stesso (Fig. 5). Se il corpo ruota di un giro completo il suo spostamento è pari alla lunghezza della circonferenza. In generale ad un numero di giri N corrisponde uno

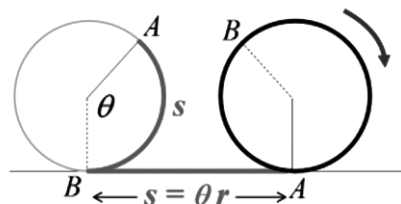


Figura 5. Relazione tra angolo di rotazione e spostamento lineare per un corpo che rotola senza strisciare.

spostamento lineare $s = N \pi d$ con d diametro. Anche questa proprietà può essere utilizzata per misurare π . Nel nostro caso abbiamo lavorato con oggetti cilindrici di uso comune: lattine per alimenti o bibite, colle stick, un anello a forma di cilindro cavo. Il diametro è stato misurato con un calibro. Segnato un punto di riferimento sulla circonferenza esterna del corpo, lo si è fatto rotolare lentamente per N giri, cercando di non farlo strisciare e segnando su un foglio la posizione iniziale e finale del punto di riferimento. La distanza tra queste due posizioni rappresenta lo sviluppo lineare dell'arco corrispondente alla rotazione. Per garantire uno spostamento rettilineo il corpo rotante era appoggiato ad un righello. I corpi di piccole dimensioni sono stati fatti rotolare per più giri in modo da rendere percentualmente meno rilevante l'incertezza nel posizionamento del punto iniziale e finale della rotazione. I dati raccolti, riportati nella Tabella 5,

N	s (cm)	d (cm)	$\pi = s/N d$	N	s (cm)	d (cm)	$\pi = s/N d$
3	19.5	2.055	3.163	1	21.1	6.77	3.117
3	19.5	2.055	3.163	1	21.25	6.77	3.139
3	19.2	2.055	3.114	1	21.1	6.77	3.117
3	19.8	2.055	3.212	1	21.3	6.77	3.146
3	19.5	2.055	3.163	1	21.5	6.73	3.195
3	19.2	2.055	3.114	1	21.15	6.73	3.143
3	19.5	2.055	3.163	1	21.2	6.73	3.150
3	19.7	2.055	3.195	1	21.1	6.73	3.135
3	19.4	2.055	3.147	1	21.15	6.73	3.143
3	19.2	2.055	3.114	1	21.1	6.73	3.135
2	16	2.515	3.181	1	21.15	6.73	3.143
2	15.8	2.515	3.141	1	9.5	3.04	3.125
2	16	2.515	3.181	1	9.6	3.04	3.158
2	15.8	2.515	3.141	1	9.55	3.04	3.092
2	15.4	2.515	3.062	1	9.4	3.04	3.141
2	16	2.515	3.181	1	9.55	3.04	3.141
2	15.8	2.515	3.141	1	9.55	3.04	3.141
2	16	2.515	3.181	1	9.6	3.04	3.158
2	16	2.515	3.181	1	9.5	3.04	3.125
2	15.6	2.515	3.101	1	9.55	3.04	3.141
1	21.3	6.77	3.146	1	20.8	6.43	3.235
1	21.3	6.77	3.146	1	20.4	6.43	3.173
1	21.15	6.77	3.124	1	20.65	6.43	3.212
1	21.1	6.77	3.117	1	19.9	6.43	3.095
1	21.2	6.77	3.131	1	20.55	6.43	3.196
1	21.1	6.77	3.117	1	20.45	6.43	3.180
1	21.25	6.77	3.139	1	20.35	6.43	3.165
1	21.2	6.77	3.131	1	20.65	6.43	3.212
1	21.2	6.77	3.131	1	20.7	6.43	3.219

Tabella 5. Misure di π col metodo dello sviluppo lineare. N : numero di giri, s : spostamento lineare, d : diametro del corpo rotante.

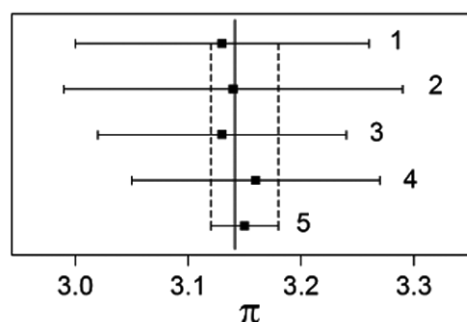
forniscono il valore $\pi = (3.15 \pm 0.03)$. Al di là dell'obiettivo primario di misurare π , quest'ultimo metodo è molto utile per chiarire il legame tra grandezze angolari e tangenziali nel moto rotatorio, concetto che altrimenti potrebbe essere di difficile comprensione da parte di alcuni studenti.

In [10] è riportato un metodo analogo a questo dello sviluppo lineare della circonferenza.

Compatibilità delle misure

Per confrontare i vari metodi si rappresentano graficamente gli intervalli di confidenza ottenendo un'ampia sovrapposizione (Fig. 6). Inoltre l'intervallo di compatibilità delle cinque misure è un intorno del valore di π calcolato numericamente (3.14159...) da cui i valori medi si discostano per meno dell'1%. Pertanto le misure sono tra loro compatibili e i cinque metodi risultano essere tutti adeguati per stimare π .

Figura 6. Intervalli di confidenza della misura di π coi diversi metodi: 1) pesare π 2) metodo Montecarlo 3) sezioni lineari 4) pluriquadrato 5) sviluppo lineare dell'arco di circonferenza. Le linee tratteggiate delimitano l'intervallo di compatibilità, la linea grigia continua corrisponde al valore tabulato di π .



Conclusione

Nel presente articolo si è descritta un'attività sperimentale volta a misurare il numero π utilizzando cinque metodi, tutti di facile realizzazione. I risultati presentano un ampio intervallo di compatibilità e sono coerenti con il valore di π tabulato. La proposta didattica si contraddistingue per le seguenti caratteristiche:

- in un contesto unitario vengono affrontate molte delle problematiche rilevanti nell'ambito della teoria della misura: risoluzione degli strumenti, valore attendibile e incertezza di una misura, propagazione dell'errore, confronto del risultato di più misure
- le esperienze sono tutte di facile realizzazione e richiedono il contributo attivo di tutti gli studenti. La singola misura si esaurisce completamente nell'arco di una sola ora di lezione ma, per la loro semplicità, alcune attività soprattutto di raccolta dati possono essere svolte autonomamente a casa. È comunque fondamentale la collaborazione all'interno della classe perché è richiesta la condivisione delle misure individuali per raggiungere un risultato più attendibile
- l'argomento è di raccordo con i precedenti corsi di studi in cui è già stato introdotto il numero π e le formule per il calcolo dell'area del cerchio e della lunghezza della circonferenza. Da segnalare che i ragazzi a cui ho proposto il presente percorso didattico hanno molto apprezzato la possibilità di dedurre in prima persona il valore che in precedenza avevano ampiamente usato ma solo perché riportato nei manuali di matematica. A questo punto del percorso scolastico gli studenti non posseggono ancora gli strumenti matematici per calcolare numericamente π ; poterlo dedurre in prima persona, pur se in modo approssimato, è stato per loro un'importante conquista

- vi è un carattere interdisciplinare dal momento che si introducono concetti matematici che verranno poi sviluppati negli anni successivi quando si affronterà il legame tra probabilità e frequenza, il metodo Montecarlo sarà usato per il calcolo dell'integrale definito e si introdurrà il principio di Cavalieri a cui si rifà il metodo delle sezioni lineari
- le classi coinvolte facevano parte del progetto "Generazione Web": il computer è stato un ausilio fondamentale nell'analisi dati ma nello stesso tempo l'attività ha permesso di consolidare le abilità informatiche soprattutto nell'utilizzo del foglio di calcolo.

Il percorso qui esposto potrebbe essere integralmente sviluppato in una classe al primo anno di studio della Fisica. In realtà io l'ho suddiviso in due momenti: ho proposto i primi quattro metodi ad una classe prima liceo scientifico alle prese con lo studio della teoria della misura per consolidare i concetti e applicare quanto appreso in un contesto unitario di ampio respiro. La misura dello sviluppo lineare della circonferenza, invece, è stata effettuata in una classe terza liceo scientifico come introduzione alla dinamica rotazionale ed è servita per chiarire il legame tra spostamento angolare e lineare di un corpo che rotola, concetto che talvolta è di difficile comprensione da parte di alcuni studenti.

Ringraziamenti

I dati riportati sono stati raccolti nell'a.s. 2013-14 dalla 1[^]C e nell'a.s. 2014-15 dalla 3[^]C del Liceo Scientifico di Desenzano del Garda; ringrazio gli alunni per l'entusiasmo e lo spirito collaborativo con cui hanno operato.

Bibliografia

- [1] MASTROIANNI, A. "Integrali con la bilancia, da un'idea di Enrico Fermi", *La Fisica nella Scuola*, XLVI, 1, (2013), 17.
- [2] GABBIANI, E. *Dagli esperimenti alle leggi della Fisica*, ed. Zanichelli.
- [3] TAYLOR, J.R. *Introduzione all'analisi degli errori*, ed. Zanichelli.
- [4] BOCCI, F. *Manuale per il laboratorio di Fisica*, ed. Zanichelli.
- [5] http://it.wikipedia.org/wiki/Metodo_Monte_Carlo
- [6] LAMBERTI, L. MEREU, L. NANNI, A. *Lezioni di Matematica 3*, ed. ETAS, 2008.
- [7] DEFRANCESCO, S. "Esperimenti nel piatto", *La Fisica nella Scuola*, XLV, 1, (2012), 31.
- [8] AMALDI, U. *La Fisica per i Licei Scientifici Laboratorio 1*, ed. Zanichelli, 1997.
- [9] http://www.metallurgia.unicas.it/files/metodologie_4v.pdf
- [10] <http://en.wikipedia.org/wiki/Stereology>
- [11] DEFRANCESCO, S. "Una misura semplice di π ", *La Fisica nella Scuola*, XXXIII, 2, (2000), 91.

Nota redazionale

Nello svolgimento di attività sperimentali basate sul metodo Montecarlo è bene tenere presente che il numero n di prove ripetute che sono necessarie per ottenere, con ragionevole probabilità, una buona approssimazione della frequenza relativa h/n ($h \leq n$ indica il numero di "casi favorevoli") al valore previsto p è, in generale, piuttosto grande. Inoltre la convergenza della frequenza relativa h/n verso la probabilità p non sarà in generale monotona, ma avverrà con oscillazioni.

Questo è espresso dal teorema di Bernoulli: $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n \left(\left| \frac{h}{n} - p \right| \leq \varepsilon \right) = 1$.

Ossia: la probabilità P_n che, in n prove ripetute, la frequenza relativa $\frac{h}{n}$ si discosti da p per meno di ε tende a 1 al tendere di n all'infinito. Mediante la formula di De Moivre-Laplace

$$P_n \left(\left| \frac{h}{n} - p \right| \leq \varepsilon \right) \cong \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\varepsilon \sqrt{\frac{n}{p(1-p)}}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx,$$

valida con approssimazione molto buona nel caso che $np(1-p) > 100$, si può valutare il numero di prove ripetute necessarie per ottenere l'approssimazione richiesta con il desiderato livello di confidenza. Supponendo, per esempio, che si sia disposti a "rischiare" non più dell'10% (ossia $P_n \geq 0,90$) allora si ottiene che, al tendere di ε a zero, n deve crescere piuttosto rapidamente:

$$n \geq \frac{1,65^2 p(1-p)}{\varepsilon^2}.$$

Nella fattispecie considerata, volendo ottenere, con la fiducia del 90%, due decimali esatti di π , il numero di prove necessarie risulterebbe

$$n \geq \frac{1,65^2 \frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)}{0,0025^2} \approx 73419.$$

Per i dettagli cfr. il testo seguente, da cui sono state tratte le considerazioni riportate in questa nota: "Guida al progetto d'insegnamento della matematica nelle scuole secondarie superiori (*Matematica come scoperta*) proposto da G. Prodi", vol. 1, casa ed. G. D'Anna, Messina-Firenze (ristampa febbraio 1983).

ASSOCIAZIONE PER L'INSEGNAMENTO DELLA FISICA

Associazione qualificata come soggetto riconosciuto per la formazione del personale della scuola (art. 66 del vigente C.C.N.L. e artt. 2 e 3 della Direttiva n. 90/2003) - Decreto di conferma 8 giugno 2005

Scuola di Storia della Fisica

SULLA STORIA DELL'ASTRONOMIA: IL NOVECENTO. GLI STRUMENTI, LE SCOPERTE, LE TEORIE

Asiago

22-26 Febbraio 2016

Programma della Scuola

Lunedì 22 Febbraio. Dalle 9 alle 12,50: *Glossario: magnitudo, distanze, masse, corpo nero; Dal Cannocchiale ai Telescopi; Oltre il visibile, nascita delle nuove astronomie: radiotelescopi, telescopi a raggi X e gamma.* Dalle 15 alle 16,10: *Struttura ed evoluzione delle Stelle, il diagramma HR.*

Martedì 23 Febbraio. Dalle 9 alle 12,30: *Glossario: effetto Doppler classico, stelle binarie; La "nostra" stella, Il Sole; Ricerca di vita extraterrestre: come e dove.* Dalle 15 alle 16,10: *L'esplorazione spaziale, le missioni Voyager e Cassini. Il futuro.*

Mercoledì 24 Febbraio. Dalle 9 alle 12,30: *Glossario: effetto Doppler relativistico, emissione di ciclotrone, emissione di sincrotrone; La relatività Generale ed il problema cosmologico; Storia della cosmologia dalla scoperta della legge di Hubble alla missione Planck dell'Esa.*

Giovedì 25 Febbraio. Dalle 9 alle 12,30: *Radioastronomia: quasar, pulsar, buchi neri; L'universo "oscuro".* Dalle 15 alle 16,10: *Dalle Nebulose alle galassie, storia di una scoperta.*

Venerdì 26 Febbraio. *Lavori di gruppo; Sintesi dei lavori di gruppo e discussione plenaria.*

Di pomeriggio, dal Lunedì al Giovedì, dalle 16,10 alle 18,45 sono previsti i seguenti gruppi di lavoro: *Viaggio senza ritorno: cosa sappiamo dei buchi neri*, Coordinatore Edoardo Piparo Gsdf-Messina; *Concetti fondamentali di Astrofisica Stellare*, Coordinatore Biagio Buonaura Gsdf-Nola; *Radiazione di sincrotrone, scoperta dei quasar, precessione del perielio di Mercurio, le pulsar binarie*, Coordinatore Luigi Brasini.

Hanno confermato la loro partecipazione: *Silvio Bergia*, Università di Bologna; *Luisa Bonolis*, Max Planck Institute, Berlino; *Luigi Brasini*, Gsdf Cesena; *Biagio Buonaura*, Gsdf Nola; *Massimo Capaccioli*, Università di Napoli; *Stefano Ciroi*, Università di Padova; *Giuseppe Galletta*, Università di Padova; *Giuseppe Giuliani*, Università di Pavia; *Edoardo Piparo*, Gsdf Messina; *Alberto Amedeo Poggi* Gsdf Ferrara.

Iscrizioni e Logistica

Informazioni sulla logistica alla pagina web <http://www.lfns.it/STORIA>

L'iscrizione si effettua inviando la scheda di partecipazione, scaricabile dalla stessa pagina, all'indirizzo di posta elettronica aif-ferrara@teletu.it (per sicurezza inviare anche all'indirizzo fabianom@infinito.it). Si raccomanda di fare l'iscrizione il più presto possibile e di confermarla entro il 25 gennaio 2016.